№11 дәріс сабағы
Екі кездейсоқ шама жүйесінің үлестірім заңы және оның сандық сипаттамалары.

ξ кездейсоқ шамасының $\eta = \varphi(\xi)$ функциясы берілсін. Егер η функциясының сандық сипаттамаларын анықтау қажет болса, онда оның үлестірім заңдылығын тауып қажеті жоқ. ξ кездейсоқ шамасының $p_\xi(x)$ үлестірім тығыздығы берілсе, онда $M\eta$ математикалық күтімін мен $D\eta$ дисперсиясын сәйкес есептеу формулалары:

$$M\eta = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) p_\xi(x) dx, \quad D\eta = \int_{-\infty}^{+\infty} [\varphi(x) - M\eta]^2 p_\xi(x) dx.$$

Анықтама. ξ кездейсоқ шамасының $\varphi(t)$ сипаттамалық функциясы деп $e^{it\xi}$ шамасының математикалық күтімін айтамыз:

$$\varphi(t) = Me^{it\xi},\ t \text{ - нақты параметр.}$$

Дискретті және үзіліссіз шамалар үшін сәйкесінше:

$$\varphi(t) = \sum_k e^{itx_k} p_k, \quad \varphi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} p(x) dx.$$

Сипаттамалық функцияның қасиеттері

1. ξ кездейсоқ шамасының $\varphi(t)$ сипаттамалық функциясы кез келген $t \in (-\infty, \infty)$үшін анықталған. әрі $|\varphi(t)| \le 1, \varphi(0) = 1.$

2. Аргументтің таңбасы өзгерсе, сипаттамалық функцияның мәні комплексті-түйіндес мәнге ауысады:
$\varphi(-t) = \overline{\varphi}(t),\ -\infty < t < \infty.$

3. Егер кездейсоқ шамалар $\xi_2 = k\xi_1 + b$ өрнегімен байланыста болса, онда:

$$\varphi_{\xi_2}(t) = e^{itb} \varphi_{\xi_1}(kt)$$

4. Егер ξ, η - тәуелсіз кездейсоқ шамалар болса, онда $\varphi_{\xi+\eta}(t) = \varphi_\xi(t)\varphi_\eta(t).$

5. Егер $M\xi$ бар болса, онда $M\xi = \varphi'(0)/t;$ жалпы жағдайда, $M\xi^k$ бар болса, онда $M\xi^k = i^{-k} \varphi^{(k)}(o).$

6. Үлестірім функциялары жиыны мен сипаттамалық функциялар арасындағы $\varphi(t) = Me^{it\xi}$ формуласымен құрылған сәйкестік өзара бірмәнді (жалғыздық теоремасы) немесе үзіліссіз (Левидің шектік теоремасы)